Carl Runge - der Mitschöpfer des Runge-Kutta-Verfahrens

Carl David Tolmé Runge wurde 1856 in Bremen geboren und hat 1877-80 in Berlin Mathematik und Physik studiert und anschließend promoviert. Schon drei Jahre später habilitierte er sich und wirkte ab 1883 als Privatdozent in Berlin. 1886 zog er nach Hannover und wurde Professor an der dortigen Technischen Hochschule. Im Jahre 1904 berief man ihn als Ordinarius für Angewandte Mathematik an die Universität Göttingen, wo auch Felix Klein bereits seit 1886 wirkte. Runge bekleidete sein Lehramt bis 1924, er galt als ausgezeichneter Pädagoge. Zwischendurch (1911) weilte er als Austauschprofessor in Amerika.

Runge leistete bedeutende Arbeiten zur numerischen Anwendung mathematischer Verfahren auf technische Probleme; er erfand eine große Anzahl zweckmäßiger Methoden, um mit kleinstem Aufwand an numerischer Arbeit zur gewünschten approximativen Lösung komplizierter Probleme gelangen zu können. Er hat damit zur computergestützten Auswertbarkeit mathematischer Aufgabenstellungen wesentlich mit beigetragen.

Wohl jeder mathematisch ausgebildete Programmierer kennt zum Beispiel die Formeln zur Berechnung von Näherungslösungen für Anfangswertaufgaben gewöhnlicher Differentialgleichungen

$$y'(x) = f(x, y(x)), \quad y(x_0) = y_0,$$

die ihren Entdeckern zu Ehren als klassisches Runge-Kutta-Verfahren bezeichnet wurden. Dieses Verfahren gehört zu den sogenannten expliziten (da nur explizite Berechnungsformeln benutzt werden) s-stufigen Verfahren (s=4 beim klassischen Verfahren), die eine schrittweise Berechnung der Näherungslösung mit Hilfe eines gemittelten Anstiegs gemäß

$$\Delta y := h \sum_{j=1}^{s} b_j \, f(x + c_j h, Y_j)$$

ermöglichen, wobei Δy die Änderung der Näherungslösung im Intervall [x,x+h], b_j die Gewichte der Mittelung und Y_j sukzessiv bestimmbare Zwischenwerte

$$Y_i := y + h \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} f(x + c_j h, Y_j), \quad i = 1, \ldots, s$$

bezeichnen.

Die ein Verfahren aus dieser Klasse charakterisierenden Parameter a_{ij}, c_i, b_j, $1 \le j \le i \le s$ werden so bestimmt, daß die Taylorentwicklung für den Zuwachs Δy nach Potenzen der Schrittweite h möglichst weit mit derjenigen des exakten Zuwachses y(x+h)-y für die Lösung übereinstimmt. Carl Runge hat als erster in seiner in den Mathematischen Annalen 1895 publizierten Arbeit ein mehrstufiges Verfahren angegeben, auf das er bei seinem Versuch gestoßen war, die bekannte Simpson-Regel zur approximativen Berechnung von bestimmten Integralen auf Differentialgleichungen zu übertragen. Er entwickelte ein 4 stufiges Verfahren, mit dem er die Ordnung p=3 (Übereinstimmung der Koeffizienten der Taylorentwicklung bis zum Glied mit h^3) erreichte. Seine Arbeit hat dann vor allem Karl Ludwig Wilhelm Max Heun (1859-1929) und Martin Wilhelm Kutta (1867-1944) zur systematischen Untersuchung solcher expliziten mehrstufigen Verfahren inspiriert. Die allgemeine Form expliziter s-stufiger Verfahren wurde von Kutta angegeben, während Heun eine Teilklasse derartiger Verfahren untersuchte.

Übrigens hat Kutta bereits in seiner Arbeit (Zeitschrift für Mathematik und Physik, 1901) die sich später als beweisbar erwiesene Vermutung geäußert, daß es unmöglich ist, ein explizites Verfahren der Ordnung p=5 mit s=5 Stufen zu konstruieren.

Die Entwicklung der mehrstufigen Verfahren war damit keinesfalls abgeschlossen und wurde besonders mit dem Erscheinen der Computer weiter fortgesetzt. Eingebettete Runge-Kutta-Verfahren zur ökonomischen Durchführung der Schrittweitensteuerung und implizite Runge-Kutta-Verfahren, die wesentlich bes-

sere asymptotische Eigenschaften als explizite mehrstufige Verfahren haben (und damit insbesondere bei sogenannten „steifen“ Problemen eingesetzt wurden), gehören heute zur Standardausrüstung jeder mathematischen Software.

Ein weiteres wesentliches Arbeitsgebiet Runges war die Ausgleichsrechnung (1897), die das Ziel verfolgt, etwa mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate aus fehlerbehafteten Meßwerten Näherungswerte für die zu messenden Größen zu gewinnen und deren Genauigkeit anzugeben. Außerdem befaßte sich Runge mit der Approximation und Interpolation von Funktionen (Satz von Runge, 1901), mit harmonischer Analyse (1902) sowie mit der Summation trigonometrischer Polynome. Er hat auch praktikable Methoden für grafisches Rechnen entwickelt (grafische Lösung algebraischer Gleichungen und partieller Differentialgleichungen) und darüber - neben anderem - ein Lehrbuch verfaßt.

In seinen späteren Lebensjahren wandte sich Runge stärker der Physik zu (Messung von Spektrallinien in der Optik) und widmete sich auch ganz speziellen praktischen Problemen: So entwickelte er Ortsbestimmungsverfahren auf See und im Ballon und löste Probleme aus der Festigkeitslehre. Carl Runge starb 1927 im Alter von 70 Jahren in Göttingen.

Klaus Biener
Werner Wendt *

* Dr. sc. nat. Werner Wendt, Mitbegründer und langjähriger Mitarbeiter unseres Rechenzentrums, ist am Institut für Mathematik, Bereich Angewandte Mathematik tätig.

Dienstleistung Diabelichtung

AGFA Filmrecorder ProColor Premier an der ZAL

An der ZAL der HUB steht ab Januar 1994 ein digitaler Filmrecorder AGFA ProColor Premier zur Verfügung.
Damit ist die ZAL in der Lage, hochwertige Dias für Lehre, Forschung und zur Präsentation nach Ihren Vorgaben schnell, einfach und wirtschaftlich herzustellen.
Mit dem ProColor Premier können Diafilme horizontal oder vertikal mit einer Auflösung von 2 bzw. 4 K Auflösung belichtet werden. Der Filmrecorder ist über SCSI mit einem PC verbunden.

Merkmale:
- Belichtungsgeschwindigkeit max. 90 Sekunden je Bild (normale Business-Grafik mit 4 K auf 35 mm Film)
- Belichtungsformat 35 mm
- Belichtung 3 Farben (Rot- Grün- Blau)
  24 bit/ Pixel (je 8 für R, G, B)
  erweiterte Farbunterstützung XCS-24 für stufenlose Farbverläufe

Für weitere Fragen stehen wir Ihnen zur Verfügung :
ZAL Abteilung Rechentechnik
SG. Raum 610
Clara-Zetkin-Str. 24
Tel. 2093 2725

Martin Ibold

Nachdruck aus: RZ-Mitteilungen, Nr. 6, Dezember 1993, S. 46.

Personalia

Herr Alan Schüler hat am 6.3.1995 seine Tätigkeit als Mitarbeiter des PC-Saals des Rechenzentrums begonnen. Er ist insbesondere für die Betreuung der Apple Macintosh-Rechner zuständig.

Drei studentische Hilfskräfte haben ihre Tätigkeit im Rechenzentrum begonnen:
Herr Daniel Ohst in der Abteilung Systemsoftware und Kommunikation, *Herr Friedrich Fahnert* im PC-Saal des Rechenzentrums und *Herr Ulrich Lissé* in der Abteilung Angewandte Mathematik.

Wir wünschen *Herrn Alan Schüler, Herrn Daniel Ohst, Herrn Friedrich Fahnert* und *Herrn Ulrich Lissé* viel Erfolg bei ihrer Tätigkeit im Rechenzentrum.