

Risikomessung mit VaR für Portfolios: Diskussion und empirischer Vergleich verschiedener Berechnungsmethoden

Elkehart Böhmer und Stefan Sperlich

Humboldt-Universität zu Berlin, Spandauer Str. 1,

10178 Berlin *

14. Juli 1997

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden zwei Methoden zur Ermittlung der Eigenkapitalunterlegung von Risikopositionen und die Auswirkungen unterschiedlicher Verteilungsannahmen auf das Value-at-Risk (VaR) untersucht. Die empirischen Ergebnisse basieren auf zwei Beispielpportfolios aus DAX-Aktien und einer Simulationsstudie. Wir zeigen, daß sich Verteilungen, die sich gut zur Beschreibung von Aktienrenditen eignen, nicht unbedingt zur Kalkulation des VaR für Portfolios verwendet werden sollten. Dieses Ergebnis erweitert bisherige Analysen des VaR-Ansatzes, die oft nur das Risiko einzelner Aktien analysieren, obwohl in der Praxis meist die Risiken von Portfolios unterlegt werden müssen.

Keywords: Value-at-Risk, Risikomanagement, Portfolioabsicherung ¹

¹Diese Arbeit wurde erstellt am Sonderforschungsbereich 373. Wir danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für Ihre Unterstützung.

Ferner danken wir Kathrin Lehmann für die Datenaufbereitung und ihre Beiträge zu diesem Aufsatz sowie Knut Bartels für gewinnbringende Diskussionen.

1 Einführung und Motivation

Die Risiken im Bankgeschäft sind seit den siebziger Jahren überproportional gewachsen und vielfältiger geworden. Die Ursachen hierfür liegen u.a. in der steigenden Volatilität von Zinsen, Währungen und Aktienkursen nach dem Zusammenbruch des Systems von Bretton Woods mit festen Wechselkursen und der Liberalisierung des internationalen Kapitalverkehrs einschließlich der veränderten rechtlichen Rahmenbedingungen.² Besonders angesichts der beachtlichen Kontraktvolumina und der fortwährenden Dynamik des komplexen Geschäftsfelds bei Derivaten ist es nur allzu angebracht, sich über die Risiken Gedanken zu machen. Im Hinblick auf die Hebelwirkung der Instrumente und der zunehmenden Volatilität der Märkte erregten zunächst Preisänderungsrisiken die größte Besorgnis. Schließlich beeinträchtigen Veränderungen von Zinsen, Währungen, Aktienkursen und Indizes, die die Underlyings betreffen, maßgeblich den Wert der Derivate.

Aus diesen Gründen hat das Erkennen und Steuern dieser Risiken einen zentralen und immer bedeutenderen Stellenwert in den Sparkassen und Banken erhalten.³ Im Wettbewerb auf den Finanzmärkten werden daher unter den obengenannten Prämissen Systeme zur Kontrolle von Risiken und zur Steuerung des Kapitalinsatzes immer wichtiger.⁴

Der aus dieser Situation resultierende Handlungsbedarf auf dem Gebiet der Regulierung - sowohl seitens der Marktteilnehmer als auch der staatlichen Institutionen - bot die Anregung zu dieser Arbeit. Anhand eines konkreten Beispiels vergleichen wir die im Baseler Vorschlag zur Erfassung und Begrenzung von Marktrisiken (April 1993) vorgestellten Methoden. Wir untersuchen insbesondere die Value-at-Risk (VaR) Methode unter verschiedenen Verteilungsannahmen. Seit einigen Jahren rückt diese Methode mehr und mehr in den Mittelpunkt des Interesses. Wir tragen zu dieser Diskussion bei, indem wir empirisch verschiedene VaR-Ansätze auf ihre Fähigkeit zur Risikoabsicherung und ihre Kosten vergleichen.⁵

Unser Interesse richtet sich unter anderem auf Wilson (1993), der das seit langem bekannte Problem diskutiert, daß Aktienrenditen mit Hilfe eines reinen Wiener Prozesses nur unzureichend modelliert werden können, siehe dazu Abschnitt 3. Eine

²Vgl. ACCESS-Banken-Workshop (1994)

³Vgl. Lüthje (1992)

⁴Vgl. Frankfurter Allgemeine Zeitung (30.06.1992)

⁵So führte Morgan (1995) den Begriff ein, Albrecht und Bährle (1996) geben in ihrem Artikel eine Übersicht zum Thema VaR, Prisker (1996) vergleicht verschiedene Verfahren auf Genauigkeit und Geschwindigkeit und Zöllner (1996) zeigt, wie sich unter Normalverteilungsannahme das VaR ändert, wenn sich die Portfoliozusammensetzung ändert. Ferner möchten wir auf Bode und Mohr (1996) sowie den Artikel von Hopper (1996) hinweisen.

Feststellung, die allerdings eher für einzelne Aktien als diversifizierte Portfolios gilt. Unsere Betrachtungen und empirischen Untersuchungen richten sich im Unterschied zu den meisten anderen Arbeiten, im Interesse eines direkteren Realitätsbezuges, auf Portfolios und nicht auf eine einzelne Aktie.

Wir illustrieren die Problematik anhand zweier Beispiele und einer Simulationsstudie, um die Wirkung verschiedener Ansätze zu zeigen. Ogleich wir der einfacheren Notation wegen stets von Aktien sprechen werden, lassen sich die Ergebnisse ohne besondere Einschränkungen auf andere Wertpapiere oder Risikopositionen übertragen.

Dieser Aufsatz ist folgendermaßen organisiert. Im Abschnitt 2 werden die verschiedenen Methoden des Baseler Vorschlags präsentiert und das VaR-Modell um eine Verteilungsannahme erweitert. Abschnitt 3 erläutert das VaR-Modell und seine Erweiterung mathematisch. In Abschnitt 4 werden die in der empirischen Analyse verwendeten Daten und die Simulationsstudie als empirischer Vergleich der verschiedenen Methoden vorgestellt und diskutiert. Der letzte Abschnitt enthält ferner eine kurze Zusammenfassung.

2 Bankaufsichtsrechtliche Regelungen

Bankaufsichtliche Normen haben die Aufgabe, mit Risiken behaftete Geschäfte durch die Bindung an das haftende Eigenkapital zu begrenzen.⁶ Die maßgeblichen Normen in der Bundesrepublik Deutschland sind die Eigenkapitalgrundsätze I und Ia des §10 Kreditwesengesetz (KWG). In letzter Zeit gab es angesichts der hohen Volatilität der Instrumente auf den internationalen Finanzmärkten eine große Zahl von Vorschlägen verschiedener Institutionen zur Neufassung rechtlicher Normen, die den neuen Entwicklungen Rechnung tragen sollen. Ein gemeinsames Merkmal vieler Vorschläge ist, daß verstärkt auf die Bewertung der Finanzinstrumente durch den entscheidenden Markt abgestellt wird.

Das Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen hat den Grundsatz I der Grundsätze über Eigenkapital und Liquidität im Rahmen der 4. KWG-Novelle (Umsetzung der EG Solvabilitätskoeffizienten-Richtlinie) neu gefaßt.⁷ Die Neufassung orientiert sich weitestgehend an der im Juli 1988 verabschiedeten Baseler-Eigenkapital-Empfehlung.

Mit der nationalen Umsetzung der EG-Kapitaladäquanzrichtlinie, die am 15.März 1993 verabschiedet wurde, wird eine grundlegende Veränderung des Grundsatzes I

⁶Vgl. Hagemüller/Diepen (1989)

⁷Vgl. Schulte-Martler (1994a)

einhergehen. Nach dieser Richtlinie müssen offene Positionen aus den Wertpapierhandelsgeschäften eines Instituts mit Eigenkapital unterlegt werden. Zur Ermittlung der risikoäquivalenten Positionen greifen der Richtlinie entsprechende, eigene Aufsichtsregeln. Die Regelungen hätten zum 31. Dezember 1995 in nationales Recht umgesetzt werden sollen.⁸

Im Rahmen des "Building-Block"-Ansatz werden für jedes Finanzinstrument im Hinblick auf das "spezifische" und das "allgemeine Marktrisiko" getrennte Eigenkapitalanforderungen gestellt. Die Eigenkapitalanforderungen aus den "spezifischen" und den "allgemeinen Marktrisiken" der Instrumente werden dann addiert zu den Eigenkapitalanforderungen der Positionsriskiken.⁹

Im Bereich der Anteilspapiere (Aktien), in dem für das Preisrisiko aus offenen Positionen grundsätzlich der Building-Block-Ansatz anzuwenden ist, wird dabei in gleicher Schrittfolge wie im Zinsbereich vorgegangen:¹⁰

Schritt 1: Ermittlung der Nettoposition einzelner Aktien und Addition aller Nettokauf und Nettoverkaufspositionen. Die Summe beider Zahlen ergibt die Bruttogesamtposition, der Saldo beider Zahlen die Nettogesamtposition.

Schritt 2: Eigenkapitalunterlegung aller spezifischen Risiken, d.h. des Risikos von Kursveränderungen einzelner Aktien mit 4%, in Sonderfällen besonders liquider und bonitätsmäßig einwandfreier Aktien mit 2%.

Schritt 3: Eigenkapitalunterlegung des allgemeinen Marktrisikos, d.h. des Risikos aus allgemeinen Kursveränderungen am Aktienmarkt mit 8%.

Schritt 4: Addition der Eigenkapitalanforderungen für das spezifische und das allgemeine Marktrisiko aller Aktien.

Im Falle börsengehandelter Positionen in Aktienindexgeschäften, die sich auf Indizes mit hohem Diversifikationsgrad beziehen, muß - im Gegensatz zu den weiter unten beschriebenen Baseler Vorschlägen - keine Kapitalunterlegung für das spezifische Risiko erfolgen. Das allgemeine Risiko wird wiederum mit 8% Eigenkapitalunterlegung angesetzt. Außerdem ist es zulässig, gegenläufige Positionen in Aktienindexgeschäften untereinander aufzurechnen, wenn ihnen derselbe Index zugrunde liegt.¹¹

Den im Rahmen dieser Arbeit wichtigsten Kritikpunkt des Brüsseler Regelungsansatzes stellt die mangelnde Anerkennung von Diversifikationseffekten dar.¹²

⁸ Vgl. Schulte-Mattler (1994b)

⁹ Vgl. Rudolph (1994)

¹⁰ Vgl. zur Vorgehensweise und den Anrechnungsätzen sowie den Anrechnungsmodalitäten Schulte-Mattler (1992) und (1994c,d)

¹¹ Vgl. Rudolph (1994)

¹² Vgl. Rudolph (1994)

Wie die Solvabilitätsrichtlinie trägt auch die Kapitaladäquanzrichtlinie diesem für die Quantifizierung der Risikoposition wichtigen Gesichtspunkt in keiner Weise Rechnung. Somit gelten sowohl für diversifizierte als auch für nicht diversifizierte Portfolios generell dieselben Vorschriften zur Kapitalunterlegung. Entsprechend der Finanzierungstheorie und der vorgenommenen Unterscheidung des Positionsrisikos in das spezifische und das allgemeine Marktrisiko liegt es sogar nahe, den Diversifikationseffekt beim emittentenbezogenen spezifischen Risiko zu berücksichtigen. Doch dies soll allein im Falle von Aktienindexgeschäften erlaubt sein. Bei einem gut diversifizierten Portfolio bestimmt jedoch allein das Marktrisiko den Risikogehalt der Position, d.h. die bloße Addition der Einzelrisiken überschätzt das Risiko der Gesamtposition erheblich. Also sollte in einem diversifizierten Portfolio auch nur das Marktrisiko mit Eigenkapital zu unterlegen sein. Jedenfalls erscheint eine zusätzliche Unterlegung mit Eigenkapital in dem Fall, in dem Aktien in einem gut diversifizierten Portfolio gehalten werden, unbegründet. Das läßt sich mit Hilfe des sogenannten Marktmodells leicht zeigen.¹³

Analog zum Ein-Wertpapier-Fall läßt sich die Idee des Marktmodells zur Renditedarstellung ohne Probleme auch auf ein Portfolio von Aktien übertragen. Für ein Portfolio gut diversifizierter Anlagen gilt dann für die Portfoliorendite

$$r_p = \alpha_p + \beta_p r_M + \epsilon_p \quad \text{mit} \quad E(\epsilon_p) = 0, \text{unabh. von } r_M \text{ und } \epsilon_p = O_p(\|r_p - r_M\|).$$

Der Erwartungswert und die Varianz der Rendite des Wertpapierportefeuilles ergeben sich nun als

$$E(r_p) = \alpha_p + \beta_p E(r_M)$$

und

$$Var(r_p) \cong \beta_p^2 Var(r_M) = \text{systematisches Risiko.}$$

Das Gesamtrisiko eines ausreichend diversifizierten Portfolios besteht also nur aus dem systematischen Risiko, das unsystematische Risiko verschwindet im Portfolio. Die Richtlinie könnte somit einen Anreiz schaffen, offene Positionen eher in Indexprodukten zu halten als in den ursprünglichen Finanztiteln. Die Kreditinstitute würden aus Kostengründen dazu übergehen, das z.B. für eine Indexarbitrage notwendige Halten der "Underlyings" zu umgehen. Denn die "Underlyings" müßten unabhängig von ihrem Portfoliozusammenhang mit Eigenkapital unterlegt werden, derweil der spiegelbildlich gehaltene Index keiner Kapitalunterlegungspflicht wegen spezifischer Risiken unterliegen würde.¹⁴

¹³Vgl. Bodie/Kane/Marcus (1993)

¹⁴Vgl. Rudolph(1994)

2.1 Die Vorschläge der BIZ

Ende April 1993 legte das Gremium der BIZ ein Konsultationspapier vor, das sich mit der aufsichtsrechtlichen Behandlung von Marktrisiken befaßt.¹⁵ Darin werden zwei Vorschläge zur Unterlegung der Risiken unterbreitet, die im folgenden diskutiert werden.

2.1.1 Die Marktrisiko–Methode

Der Marktrisikovorschlag zielt insbesondere auf die Einführung von Eigenkapitalanforderungen für offene Positionen aus Marktpreisrisiken und die Zusammenführung der Anforderungen mit denen der Eigenkapitalvereinbarung vom Juli 1988 (Cooke-Empfehlung) ab.¹⁶ Die neuen Vorschläge betreffen, ebenso wie die Cooke-Empfehlungen, nur international tätige Kreditinstitute, doch wegen ihres grundsätzlichen Charakters haben sie auch Einfluß auf die Weiterentwicklung der Kapitaladäquanzrichtlinie.¹⁷

Das Marktrisiko umfaßt dabei das Risiko von Verlusten in bilanzwirksamen und außerbilanziellen Positionen, die durch Veränderungen der Marktpreise wie z.B. Zinssätzen, Wechselkursen und Aktienkursen eintreten. Um dem zu begegnen, ist vorgesehen, für die offenen Positionen im Handel der Banken mit Schuldverschreibungen und Aktien sowie im Devisenhandel besondere Eigenkapitalanforderungen zu erheben. Im Gegensatz dazu sollen Wertpapiere im Anlagevermögen der Banken weiterhin den Bestimmungen der Eigenkapitalvereinbarung über das mit der Gegenpartei verbundene Kreditrisiko unterliegen.¹⁸

Bei der Ermittlung der Eigenkapitalanforderungen für das Aktienkursrisiko aus Trading-book-Geschäften wird laut Baseler Papier wie folgt verfahren:¹⁹

1. Im ersten Schritt werden zur Bestimmung der Eigenmittelanforderungen die einbeziehungspflichtigen Geschäfte (angesetzt in der Regel mit ihren Marktwerten) gegenübergestellt. Die jeweils offene Position ergibt sich als Saldo der aktivistischen und passivistischen Beträge.
2. Das Risiko der offenen Positionen wird dann mit Hilfe der vorgegebenen Verfahren quantifiziert.

¹⁵Vgl. BIZ (1993)

¹⁶Zur Darstellung und Beurteilung dieser Empfehlungen vgl. Rudolph (1989), S.483 ff.

¹⁷Vgl. Rudolph (1994)

¹⁸Vgl. Rudolph (1994)

¹⁹Vgl. Schulte-Mattler (1994c)

3. Schließlich werden die zur Abdeckung der verschiedenen Risiken ermittelten Kapitalunterlegungsbeträge zu einem Gesamtbetrag addiert, der dem Gesamteigenmittelbetrag entspricht, über den das Institut täglich am Ende eines jeden Geschäftstages verfügen muß.

Wichtig zu beachten ist, daß, genau wie in der Kapitaladäquanzrichtlinie, nach dem sogenannten "Baukastenprinzip" verfahren wird ("Building Block Approach"). Das bedeutet, daß die Eigenkapitalerfordernisse im Zins- wie auch im Aktienbereich getrennt nach dem emittentenbezogenen, spezifischen Risiko ("Kreditrisiko") und dem allgemeinen Marktrisiko der jeweiligen offenen Position ermittelt und zusammengefaßt werden.²⁰

Im Bereich des Aktienkursrisikos wird der Mindestansatz als Summe des spezifischen und des allgemeinen Risikos angegeben.

1. Für das spezifische Risiko sieht Basel generell eine Eigenkapitalunterlegung in Höhe von 8 Prozent der Bruttoposition vor (EG 4 Prozent). Liquide Papiere aus einem diversifizierten Bestand brauchen nur mit 4 Prozent unterlegt werden. Außerdem werden 2 Prozent Eigenkapital zur Unterlegung von börsengehandelten Aktienindgeschäften, die sich auf Indizes mit einem hohen Diversifizierungsgrad beziehen, verlangt.

Wie oben bereits angedeutet, ist das Aufrechnen von gegenläufigen Positionen in den selben Papieren zugelassen (Netting), um das spezifische Risiko zu reduzieren. Positionen, die sich nicht aufrechnen lassen, werden vorzeichenunabhängig addiert.

2. Für das allgemeine Marktrisiko wird ein Anrechnungssatz von 8 Prozent der Nettoposition vorgesehen. Offene Positionen in börsengehandelten Aktienindgeschäften sollen ebenso mit 8 Prozent unterlegt werden.

2.1.2 BENCHMARK-METHODE

Die Benchmark-Methode leitet die Eigenkapitalunterlegung aus den historischen Volatilitäten der Portfolios im Handelsbestand ab, geht also nicht von einer einheitlichen 8-prozentigen Eigenmittelunterlegung aus. Die Volatilität - gemessen mit der Standardabweichung - ist dabei die Maßzahl ("Benchmark") für das Risiko.

Bei den Berechnungen wird angenommen, daß Wertänderungen des Portfolios normalverteilt sind. Die Eigenmittelunterlegung für eine offenen Position wird als Vielfaches der Volatilität festgelegt. Wenn sich die Volatilität im Zeitablauf ändert, muß

²⁰Vgl. BIZ (1993)

dann auch jeweils die Eigenmittelunterlegung neu berechnet werden. Der Vorteil dieser Verfahrrensweise liegt in der effizienteren Allokation des Risikodeckungskapitals innerhalb der Bank bzw. des Kreditinstituts.

Interessant ist, daß sich das amerikanische Investmenthaus J.P. Morgan dieser Idee bereits 1992 annahm und sie auf sämtliche Transaktionen anwendet. Diese Herangehensweise wird wiederum dadurch gerechtfertigt, daß fast alle modernen Finanzinstrumente heute fortlaufend auf den Märkten gehandelt werden und somit Preisschwankungen unterliegen.²¹ Daher werden die Positionen nicht mehr wie herkömmlich auf ihre Kreditausfallrisiken hin analysiert, sondern eher auf die Risiken, die durch veränderte Marktpreise entstehen.

Die Berechnung der Risikoposition erfolgt in vier Schritten. ²²

1. Zu Beginn muß herausgefunden werden, wie lange die Auflösung oder Absicherung (auch "Neutralisierung" genannt) einer bestimmten eingegangenen Position dauern würde. Bei einer oft gehandelten Staatsanleihe könnte diese Liquidationsperiode innerhalb eines Tages erfolgen ; bei einem großen Aktienpaket oder auch "Small-cap"-Aktien dagegen kann mit einem längeren Zeitraum zu rechnen sein, wenn der Kurs durch die Auflösung der Position nicht beeinflußt werden soll.
2. Anhand historischer Zeitreihen wird dann gefragt, wie stark die relevanten Preise in dieser Periode schwanken. Da die Betrachtung für einen zukünftigen Zeitraum erfolgt, muß dabei mit Wahrscheinlichkeiten gearbeitet werden.
3. Für eine Fremdwährungsanleihe könnten beispielsweise die Volatilitäten des Wechselkurses, des relevanten Zinses sowie die Kreuzrelation, d.h. die gegenseitige Beeinflussung der Einzelvolatilitäten, ermittelt werden.
3. Auf diesem Wege ist es möglich, für jede Position einen DM-Betrag für den Verlust zu berechnen, der basierend auf den historischen Erfahrungen im ungünstigsten Falle zu erwarten ist. Der resultierende Betrag wird auch als "value-at-risk", "capital-at-risk" oder "money-at-risk" bezeichnet. Die damit verbundene Information kann dann zur Steuerung des Kapitaleinsatzes genutzt werden.
4. Schließlich erfolgt eine Konsolidierung der einzelnen Positionen. Bei der Gegenüberstellung heben sich die Risiken bestimmter Geschäfte teilweise oder ganz auf. Der Vorteil der Konsolidierung ergibt sich daraus, daß von der Einzelbetrachtung von Transaktionen zugunsten zur Gesamtbetrachtung übergegangen werden kann.

²¹Vgl. FAZ vom 30.06.1993

²²Vgl. FAZ vom 30.06.1993

Eine derartige Handhabung zur Bewertung offener Positionen im Trading-book ist nicht mehr auf die Unterscheidung in "allgemeines" und "spezifisches" Risiko angewiesen und berücksichtigt indirekt auch Diversifikationseffekte. Da sich offene Handelspositionen aus verschiedenen Gründen sehr unterschiedlich bilden und zusammensetzen können, stellt diese Herangehensweise eine mögliche Alternative zur Ermittlung des Risikodeckungspotentials im Trading-book dar. Unsere empirische Analyse bezieht sich auf diese Methode, die wir im folgenden näher beschreiben.

3 Erläuterung und Diskussion der Benchmarkmethode

Wie bereits oben erläutert, wird das Risikokapital typischerweise in Trading-books und Kredit-Portfolios allokiert, um große Verluste aus Handelsgeschäften mit einem hohen Maß an Sicherheit abzudecken. Eine Methode des quantitativen Risikomanagements ist, das Risikokapital auf der Grundlage des Value-at-Risk (VaR) zu allokieren. Dabei ist das VaR definiert als der maximal mögliche Verlust innerhalb eines bekannten Konfidenzintervalls über eine Liquidationsperiode.

Da die mathematische Erläuterung und Herleitung in einigen Artikeln leider mißverständlich und teilweise fehlerhaft abgedruckt wurde, möchten wir in diesem Abschnitt kurz auf die Herleitung der für diesen Artikel relevanten Formeln eingehen.

3.1 Annahme normalverteilter Renditen

Den möglichen Verlust versucht man mit mathematischen Modellen zu beschreiben. Im konkreten Fall des Risikos aus Aktiengeschäften läßt sich das VaR zum Zeitpunkt t zur Deckung möglicher Verluste in $t + 1$ leicht aus der Aktienpreistheorie herleiten, wobei man hier auf der klassischen Lehre von Bachelier²³ aufgebaut. Danach folgen die Preispfade von N verschiedenen Aktien einem multivariaten verallgemeinerten Wiener Prozeß.

$$dP_t = \mu(t)P_t dt + \sigma(t)P_t dB_t,$$

wobei P_t der N -dimensionale Vektor der Aktienpreise, $\mu(\cdot)$ der Trend und $\sigma(\cdot)$ die Volatilität des Pfades sind. Als N dimensionalen Brownschen Prozeß bezeichnet man dB_t ,

$$dB_t | \Omega_t \sim N(0, \Sigma_t)$$

²³Vgl. Bachelier (1964)

mit unabhängigen Zuwächsen und aus der Informationsmenge Ω_t zum Zeitpunkt t bekannter Kovarianzstruktur $\Sigma_t \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

Ist w_t der N -dimensionale Gewichtsvektor, der die Anteile der N Aktien im betrachteten Portfolio beschreibt, definieren sich die nicht erwartete Entwicklung der Renditen des Portfolios offenbar aus

$$r_t = w_t'(dP_t/P_t - \mu(t)P_t dt) = w_t'\sigma(t)dB_t,$$

so daß mit der Bezeichnung $dB_t^* := \sigma(t)dB_t$

$$r_t | \Omega_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad \text{für} \quad \sigma_t^2 = w_t' E[dB_t^* dB_t^{*'} | \Omega_t] w_t := w_t' \Sigma_t^* w_t$$

Da das zu deckende Risiko gerade die nicht erwartete Änderung der Rendite ist, berechnet sich das VaR leicht als

$$\text{VaR}_t = \sigma_t \cdot \sqrt{dt} \cdot \alpha_z,$$

wobei \sqrt{dt} die Liquidationsperiode des Portfolios repräsentiert und α_z das Normalverteilungsquantil ist, das die Wahrscheinlichkeit festlegt, mit der der mögliche Verlust gedeckt wird beziehungsweise gedeckt werden soll. Auf Jahresbasis mit 250 Handelstagen setzt man $dt = \frac{\text{days}}{250}$, wobei *days* die Anzahl der Tage der Liquidationsdauer ist; σ_t bestimmt man implizit aus den letzten 250 Tagen einschließlich t .

3.2 Annahme t -verteilter Renditen

Verschiedene Arbeiten (Praetz (1972), Blattberg und Gonedes (1974), und viele andere) haben darauf hingewiesen, daß das vorgestellte Modell zur Renditebeschreibung nicht sonderlich gut fitet. Sowohl χ^2 -Anpassungstests als auch Momententests, speziell Kurtosis und Schiefe der Verteilungsdichte betreffend, haben die Verteilungsannahme des Modells in mehreren Fällen verworfen. Für die Anwendung der VaR - Methode ist von besonderem Interesse, daß die wahre Verteilung der Renditen fettere Hüften (*fatter tails*) besitzt, das heißt große Sprünge der Renditen geschehen häufiger als durch das obige Modell beschrieben. In unserem konkreten Fall bedeutet dies, daß der Verlust öfter unterdeckt wäre, als wir bei der Wahl von α_z zu tolerieren bereit wären.

Die genannten Arbeiten testen im Vergleich stabile und student- t -Verteilungen und erhalten für die letztgenannte deutlich bessere Ergebnisse. Neuere Arbeiten haben auch versucht, bessere Anpassungen der wahren Renditeverteilung mit Hilfe von

Weibull, hyperbolischen und anderen Verteilungen zu finden.²⁴ Für die VaR - Methode sind wir allerdings nicht an dem generell besten Fit, sondern speziell an den Risiken, also äußeren Quantilen interessiert, wofür uns die t -Verteilung hinreichend geeignet erscheint. Ein Vorteil dieser Verteilung ist zudem, daß sie sich leicht im vorgestellten Modell implementieren und motivieren läßt.

Eine wesentliche Erklärung für die Fehlspezifizierung der durch das oben beschriebene Modell ist die Kritik an der Annahme, die Volatilität sei bekannt und könne implizit bestimmt werden, müßte also über einheitliche Zeitintervalle konstant sein. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall; so lassen sich etwa Perioden starker Aktivität und solcher relativer Inaktivität auf dem Aktienmarkt beobachten, was sich zum Beispiel aus dem diskontinuierlichen Fluß, sowohl in Qualität als auch in Quantität, für die Börse relevanter Informationen erklärt. Es empfiehlt sich demnach von der Annahme bekannter Volatilität abzugehen und den sogenannten Bayes-Ansatz zu wählen. Hier wird die Volatilität selbst als Zufallsvariable mit apriori Verteilung $g(\cdot)$ betrachtet. Sehr beliebt, weil leicht steuerbare apriori Verteilungen sind die Gammaverteilungen, in diesem Zusammenhang stets die invertierte Gammaverteilung mit Dichte

$$g(\sigma_t|\Omega_t) = 2 \left(\frac{v s^2}{2} \right)^{v/2} \exp \left(-\frac{v s^2}{2\sigma_t^2} \right) \sigma_t^{-(v+1)} / \Gamma \left(\frac{v}{2} \right) .$$

Hier wäre $\Sigma_t^* = \sigma_t^2 A$, wobei A, v, s Parameter sind, die sich aus der Informationsmenge Ω_t erklären, also die apriori Kenntnisse des Risikomanagers reflektieren. $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ beschreibt die Kovarianzstruktur, $s^2 \in \mathbb{R}$ ist der Lokations- und $v > 0$ der Streunungsparameter von g . Nach Bayes gilt für die gemeinsame Dicht

$$f(dB_t^*, \sigma_t|\Omega_t) = h(dB_t^*|\sigma_t)g(\sigma_t|\Omega_t)$$

Herausintegrieren von σ_t ergibt

$$h(dB_t^*|\Omega_t) \propto [1 + dB_t^* A^{-1} dB_t^* / (v s^2)]^{-\frac{N+2}{2}v} ,$$

(d. h. also proportional zur N -dimensionalen t -Verteilung) und somit ist $r_t = w_t' dB_t^*$ wiederum eine t -verteilte Zufallsvariable mit v Freiheitsgraden und Varianz $\frac{v}{v-2} w_t' (s_t^2 A) w_t$.²⁵ Für die Praxis empfiehlt es sich als Lokationsparameter s^2 , die implizite Volatilität der Vergangenheit, zu wählen und mit v die Unsicherheit des Risikomanagers über die Renditenentwicklung zu beschreiben. Je sicherer das Wissen über diese Entwicklung, desto größer ist v , bis hin zur sicheren Kenntnis der Volatilität (d. h. $t_v \rightarrow NV$ für $v \rightarrow \infty$). Als neue Formel²⁶ für das Risikodeckungskapital

²⁴Küchler, Neumann, Sørensen und Strelter (1994)

²⁵Diese Herleitungen finden sich ausführlicher dargestellt unter anderem in Judge u. a. (1985), p.311 ff.

²⁶Vorgestellt wurde diese Modifizierung bereits u. a. von Wilson (1993)

erhalten wir somit das VaR 2

$$\text{VaR}(2)_t = \sigma_t \cdot \sqrt{dt} \cdot \alpha_{t_v},$$

wobei $\sigma_t^2 = \frac{v}{v-2} w_t^2 (s_t^2 A) w_t$ und α_{t_v} das t_v -Verteilungsquantil, das wiederum die Wahrscheinlichkeit festlegt, mit der mögliche Verluste gedeckt werden sollen. Die Berechnung des Ausdrucks im diskreten Fall auf Jahresbasis mit 250 Handelstagen erfolgt entsprechend den Ausführungen im vorigen Abschnitt.

4 Anwendungsbeispiele und Simulationsstudie

4.1 Vorgehensweise

4.1.1 Daten

Mit Hilfe von Simulationsrechnungen sollen in diesem Abschnitt die Auswirkungen verschiedener Regelungsansätze im Risikomanagement von Marktrisiken untersucht werden. Dabei werden einerseits die Größte-Verlust-Methode, manchmal auch Simulationsmethode genannt, andererseits die VaR-Methode untersucht, letztere bei Verwendung sowohl der Normalverteilung als auch der Student-t-Verteilung.

Anhand zweier unterschiedlicher Portfolios soll auch die Auswirkung verschiedener Liquidationsperioden auf die mit Eigenkapital zu unterlegende Position analysiert werden.

Die empirische Analyse basiert auf den 100 deutschen Aktien des DAX100 aus der Deutschen Finanzdatenbank, für die vom 30.12.1988 bis zum 31.12.1993 tägliche, um Kapitalveränderungen und Dividenden bereinigte Renditen zur Verfügung stehen.

Im Rahmen der Simulation werden Musterportefolles im Gesamtwert von jeweils 10 Millionen DM aus jeweils 20 Aktien gebildet. Um die Liquidität der einzelnen Aktien zu berücksichtigen, wurde jeweils ein Portfolio aus den 20 umsatzstärksten bzw. umsatzschwächsten Aktien gebildet.

4.1.2 Beispiel der Größte-Verlust-Methode

Zunächst wird für jeden Tag die geometrisch kumulierte Rendite der letzten zehn Handelstage bestimmt. Anschließend wird aus den letzten drei Jahren der jeweils größte 10-Tage-Verlust ermittelt.

Die Abbildungen 1 und 2 zeigen sowohl die kumulierten 10-Tage-Renditen als auch das durch Kapitalunterlegung abzuschuernde Risiko (ermittelt nach dieser Methode)

im Zeitablauf. Das liquide Portfolio wird in Abbildung 1, das wenig liquide in Abbildung 2 dargestellt. Der nach der Simulationsmethode mit Eigenkapital zu unterliegende größtmögliche Verlust wird als Prozentsatz des aktuellen Marktwertes des jeweiligen Portfolios angegeben.

4.1.3 Beispiel der Value-at-Risk-Methode

Zunächst werden für jeden Tag die Standardabweichungen der Portfoliorenditen der zurückliegenden 250 Handelstage berechnet (vgl. Abbildung 3). Wie erwartet, weisen die liquiden Aktien eine größere Volatilität auf.

Unter der Prämisse, daß im Aktienmarkt etwa 10% des täglich gehandelten Volumens (in DM) verkauft werden können, ohne den Kurs der Aktien nachhaltig zu beeinflussen, ermitteln wir für jeden Tag und jedes Portfolio die Liquidationsperiode. Sie stellt genau jenen Zeitraum (Anzahl der Tage) dar, der zur Veräußerung der gesamten täglichen Position im Wert von 10 Mio. DM notwendig wäre.²⁷

In den Abbildungen 4 (liquide Aktien) und 5 (wenig liquide Aktien) wird die Liquidationsperiode zusammen mit der Portfoliorendite abgebildet. Wie erwartet, haben die weniger gehandelten Aktien eine weitaus längere Liquidationsperiode als die häufig gehandelten Aktien, deren Position ausnahmslos innerhalb eines Tages aufgelöst werden kann.

Die Abbildungen 6 (liquide Aktien) und 7 (wenig liquide Aktien) zeigen neben den Portfoliorenditen das VaR (in Prozent des aktuellen Marktwertes) unter verschiedenen Verteilungen. Die errechneten VaR können untereinander und mit anderen Risikomaßen verglichen und dem tatsächlich eingetretenen Verlust gegenübergestellt werden.

4.2 Diskussion der empirischen Untersuchung

Da das Risikodeckungspotential jeweils zur Zeit t für den Zeitraum $t + 1$ berechnet wird, stellt sich die Frage, wie sich die Allokationen im Vergleich zu den tatsächlich eingetretenen Verlusten verhalten.

Am eindeutigsten ist die Analyse für die Methode des größten Verlustes (Abbildung 1 und 2). Dieses Risikomaß verbleibt aufgrund seiner Berechnungsmethode und den darin enthaltenen langen Zeiträumen (hier: drei Jahre) äußerst starr auf einem bestimmten Niveau. Dadurch werden künftige Verluste zwar in unseren Beispielen gut

²⁷Die Wahl des Abgrenzungskriteriums von 10% des täglich gehandelten Volumens gründet sich auf Erfahrungswerte von Marktinsidern.

abgedeckt, was nicht allgemein der Fall sein muß, denn bei dieser Methode kommt die nächste Unterdeckung mit Sicherheit ($p = 1$). Ferner kann von effizienter Absicherung keine Rede sein, da eine Überdeckung erhebliche Kosten verursacht. In den meisten Fällen liegt das Risikodeckungspotential viel zu hoch, denn die Rückkopp- lung zu den Geschehnissen und Entwicklungen am Markt erfolgt viel zu schwerfällig.

Abbildung 6 (liquide Aktien) und 7 (wenig liquide Aktien) illustrieren die VaR-Methode unter verschiedenen Verteilungsannahmen. Abgebildet sind die jeweiligen Portfoliorenditen und die VaRs als Prozentanteile der Marktwerte. Dabei wird dem Renditeverlauf eine Normalverteilung, eine t-Verteilung mit einem, zwei und drei Freiheitsgraden unterstellt und ein einseitiges 95%-Signifikanzniveau benutzt. Die VaRs der verschiedenen Verteilungen unterscheiden sich aufgrund ihrer Definition nur um einen im Zeitverlauf konstanten Faktor. Der im Vergleich zu den liquiden Aktien stark schwankende Verlauf der VaRs der wenig liquiden Aktien erklärt sich durch die ständig schwankende Liquidationsperiode. In der Praxis sollte hier das VaR geglättet werden, da eine kurzzeitige starke Erhöhung (teilweise Verdoppelung) des Deckungskapitals, wie sie nach Abbildung 6 mehrfach notwendig wäre, weder als praktikabel noch als sinnvoll anzusehen ist.

Zur Beurteilung der Effizienz der verschiedenen Methoden werden neben den Diagrammen die Häufigkeit der Unterdeckungen, die maximale Höhe (in Prozent) eines nicht abgedeckten Verlustes und ihre Summe in Tabelle 1 und 2 dargestellt. Z. B. ergeben sich bei den liquiden Aktien bei Unterstellung einer Normalverteilung 58 Tage, an denen der tatsächliche Wertverlust des Portfolios das VaR übersteigt, im schlechtesten Fall sogar um 9% des Marktwertes. Bei 1044 betrachteten Handelsta- gen entspricht dies etwa 5.5% der Tage. Somit scheint das VaR für dieses Portfolio eine gute Anpassung zu liefern, da wir ein 95%-Signifikanzniveau zugrunde gelegt haben. Dahingegen scheinen die t-Verteilungen bei diesem Portfolio zu einer erheb- lichen Überallokation von Risikokapital zu führen. Im Portfolio der weniger liquiden Aktien führt dagegen bereits die Normalverteilungsannahme zu einer großen Über- allokation.

TABELLE 1: UNTERDECKUNGEN IM LIQUIDEN PORTFOLIO

	NV	t_3	t_2	t_1
Unterdeckungen in %	5.5	1.3	0.8	0.1
Max. Unterdeckung in %	9.0348	7.2322	6.3723	1.2246

TABELLE 2: UNTERDECKUNGEN IM WENIG LIQUIDEN PORTFOLIO

	NV	t_3	t_2	t_1
Unterdeckungen in %	1.0	0.1	0.1	0.0
Max. Unterdeckung %	6.0524	4.2638	3.4105	0.0000

Während empirische Arbeiten zeigen, daß die t-Verteilung die Extremwerte des Renditeverlaufs einzelner Aktien oftmals besser beschreibt, bestätigt sich hier, daß die t-Verteilung für diversifizierte Portfolios eher schlechter geeignet scheint als die Normalverteilung.

Obgleich diese beiden Musterportfolios als Extrembeispiele angesehen werden können, möchten wir unsere Deckungsaussagen noch mit einer größeren Simulationsstudie unterstreichen, da die Allgemeingültigkeit bei nur zwei ausgewählten Beispielen leicht angezweifelt werden könnte. Hierzu haben wir aus den 100 Aktien jeweils 20 zufällig gezogen (mit Zurücklegen) und zu wertmäßig gleichen Teilen ins Portfolio eingehen lassen. Analog zu dem obigen Verfahren haben wir für die 95% Quantile der Normalverteilung, der t_3 , t_2 und t_1 Verteilung das jeweilige VaR bestimmt und die Anzahl der Unterdeckungen im oben beschriebenen Zeitraum prozentual festgehalten. Nach 500 Replikationen ergibt sich folgende Tabelle 3:

TABELLE 3: HÄUFIGKEIT DER UNTERDECKUNGEN IN %

Verteilung	Mittelwert	Std. Dev.	Minimum	Maximum
Normal vert.	3.28019	0.36951	2.27488	4.83412
t_3	1.22445	0.19471	0.66351	1.70616
t_2	0.60872	0.14464	0.28436	0.94787
t_1	0.09536	0.00733	0.09479	0.18957

Wir sehen, daß selbst unter Normalverteilungsannahme das gesetzte 5% Niveau nie übertroffen, sondern stets eingehalten wird. Zwar führt die Verwendung des t_1 Quantiles im Schnitt nur zu 0.1% des Zeitraumes zur Unterdeckung, aber zum Preis einer über den gesamten Zeitraum zu teuren Kapitalallokation. Insgesamt also werden unsere Beobachtungen und Feststellungen anhand der Beispiele durch diese Simulationsstudie deutlich unterstrichen.

5 Fazit

In seinem Artikel *Infinite Wisdom* unterstellt Wilson (1993), die Berechnung des VaR auf Basis der t-Verteilung liefere wesentlich bessere Ergebnisse als bei Verwendung der Normalverteilung. Allerdings beruft er sich in seinem Demonstrationsbeispiel auf rein quantitative, aber nicht qualitative Ergebnisse. So stellt er fest, daß sein wesentlich größeres Konfidenzintervall (nichts anderes soll das VaR beschreiben) zu deutlich weniger Unterdeckungen führte, was sicherlich niemanden verwundert. Er weist nicht nach, daß seine Methode einen besseren Fit des Risikos liefert. Das kann die Definition des VaR aber leider auch nicht bieten, denn der Wechsel von der

Normal- zur t -Verteilungsannahme ergibt nur einen konstant multiplikativen Unterschied der beiden VaR-Ansätze. Desweiteren beruft er sich auf ein Beispiel mit nur einem Basisobjekt, nicht aber auf ein diversifiziertes Portfolio. Sollte nur eine Aktie den Portfoliowert bestimmen, darf man laut vieler empirischer Arbeiten davon ausgehen, daß die t -Verteilung den Renditeverlauf tatsächlich besser beschreibt. Nur trifft das nicht mehr für ein gut gemischtes Portfolio zu, denn eine aus t -verteilten Zufallsvariablen zusammengesetzte Variable ist (anders als bei der Normalverteilung) nicht mehr t -verteilt. In der Regel wird man aber am VaR von Portfolios interessiert sein und weniger an isolierten Basisobjekten.

In der Praxis ändert sich die Zusammensetzung der mit Eigenkapital zu unterlegenden Portfolios ständig. Daher bieten sich für die praktische Anwendung der VaR-Methode zunächst zwei Möglichkeiten an. Einerseits könnte mithilfe historischer Daten eine ständige Anpassung der Verteilungsannahme vorgenommen werden, wofür allerdings eine leistungsfähige EDV und eine umfangreiche Datenbank notwendig wären. Andererseits könnte durch eine auf zufällig ausgewählten Portfolios basierende Simulation die "durchschnittlich" beste Verteilung bestimmt werden. Es muß sich durch Erfahrung zeigen, welche Methode dem Kosten-Nutzen-Denken der betroffenen Unternehmen unter Beachtung der relevanten Regulierung am ehesten gerecht wird.

Es sollte hier außerdem nochmals darauf verwiesen werden, daß in vielen Arbeiten zu sehr der sicheren Risikoabdeckung die alleinige Priorität gegeben wird. Da alle Approximationsversuche, den wahren Risikoverlauf zu beschreiben, immer nur Näherungen mit Unsicherheit sind, führt dies leicht zu einer starken Überdeckung. Dies wird zum Beispiel bei Wilson nicht berücksichtigt. Selten werden die Kosten einer Überdeckung berücksichtigt die für die Praxis von großem Interesse sind.

Literatur

- [1] ACCESS-BANKEN-WORKSHOP (1994) Risikomanagement mit derivativen Instrumenten - Eine Herausforderung für die Bank. *Fallstudie der Deutschen Bank, Bonn*
- [2] ALBRECHT, P. UND BÄHRLE, H. FW. (1996) Value-at-Risk: Konzeptionelle Grundlagen, risikotheorietische Analyse und Anwendungen in der Risikokontrolle der Kapitalanlage von Versicherungsunternehmen. *Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, Portfolio Management und Versicherungswirtschaft, 93*
- [3] BACHELIER, L. (1964) Theory of Speculation. in P. H. Cootner, The Random Character of Stock Market Prices, *M. I. T. Press, Cambridge, Mass.*
- [4] BIZ, BASELER AUSSCHUSS FÜR BANKENAUF SICHT. (1993) Netting, Marktrisiken und Zinsänderungsrisiko als Gegenstand der Aufsicht. *Manuskript, Basel*
- [5] BLATTBERG, R. C. AND GONEDS, N. J. (1974) A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices. *Journal of Business, S.244-281*
- [6] BODE, M. UND MOHR, M. (1996) Value-at-Risk - ein riskanter Wert? *Die Bank, 8, S. 470-476*
- [7] BODIE, Z. , KANE, A. UND MARCUS, A. J. (1993) Investments. in *Richard D. Irwin, Inc.*
- [8] FAZ. (1992) Astrophysiker und Computer helfen beim Risiko-Management. *FAZ vom 30.06.1992*
- [9] FEUERSTEIN, W. (1984) Risikomessung, Risikobegrenzung und Risikodeckung bei Kreditinstituten. *Bad Homburg v. d. H.: Kratschmer Verlag,*
- [10] HAGENMÜLLER, K. F. UND DIEPPEN, G. (1989) Der Bankbetrieb. *Wiesbaden: Gabler, S.611 ff.*
- [11] HOPPER, G. P. (1996) Value-at-Risk: A new methodology for measuring portfolio risk. *Business Review, Federal Reserve Bank of Philadelphia, July/August, S. 19-29*

- [12] JUDGE, G. G. , HILL, R. C. , GRIFFITHS, W. E. , LÜTKEPOHL, H. , LEE, T.-C. (1985) *The Theory and Practice of Econometrics. New York: Wiley,*
- [13] KRÜMMEL, H. J. UND RUDOLPH, B. (HRSG.). Finanzintermediation und Risikomanagement - Produktentwicklung, Steuerungssysteme und Marktstrategien auf den internationalen Finanzmärkten. *Fritz Knapp Verlag, Frankfurt am Main, o. J.*
- [14] KÜCHLER, U. , NEUMANN, K. , SØRENSEN, M. UND STRELLER, A. (1994) *Stock Returns and Hyperbolic Distributions. Discussion Paper SFB 373,*
- [15] LÜTHKE, B. (1992) Risikomanagement in Banken - Konzeptionen und Steuerungssysteme. *Berichte und Analysen vom Verband öffentlicher Banken,*
- [16] MORGAN, JP. (1995) RiskMetrics - Technical Document, Third Edition, New York,
- [17] PRAETZ, P. D. (1972) The Distribution of Share Price Changes. *Journal of Business, S.48-55*
- [18] PRITSKER, M. (1996) Evaluating Value-at-Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time *Wharton Working Paper Series, University of Philadelphia,*
- [19] RUDOLPH, B. (1989) Eigenkapitalanforderungen an die Kreditinstitute im Rahmen der internationalen Bankrechtsharmonisierung. *Die Betriebswirtschaft, 49, S.483 ff.*
- [20] RUDOLPH, B. (1994) Kapitaladäquanzrichtlinie: Zielsetzung und Konsequenzen der bankaufsichtlichen Regulierung im Wertpapierbereich. *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft, 6. Jahrgang 2, S.117-130*
- [21] SCHULTE-MATTLER, H. (1992) EG-Kapitaladäquanzrichtlinie: Einheitliche Aufsichtsregeln für Kreditinstitute und Wertpapierhäuser. *Die Bank 8/92, S.460-467*
- [22] SCHULTE-MATTLER, H. (1994a) Eigenkapitalgrundsatz I: Bankaufsichtliche Norm für Kreditinstitute (I). *WISU 7/94, S.609-613*
- [23] SCHULTE-MATTLER, H. (1994b) Eigenkapitalgrundsatz I: Bankaufsichtliche Norm für Kreditinstitute (II). *WISU 8-9/94, S.703-707*
- [24] SCHULTE-MATTLER, H. (1994c) Baseler Vorschlag zur Erfassung und Begrenzung von Marktkrisiken. *Die Bank 1/9, S. 28-33*

- [25] SCHULTE-MATTLER, H. (1994d) Bankaufsichtliche Eigenkapitalnormen für Marktrisiken im Vergleich. *Die Bank* 2/94, S.93-98
- [26] WILSON, T. (1993) Infinite Wisdom. *Risk*, **6**, S.
- [27] ZÖLLER, R. (1996) Marginal Value-at-Risk. *Manuskript, Financial Engineering & Risk Management Consulting, Berlin/London*,

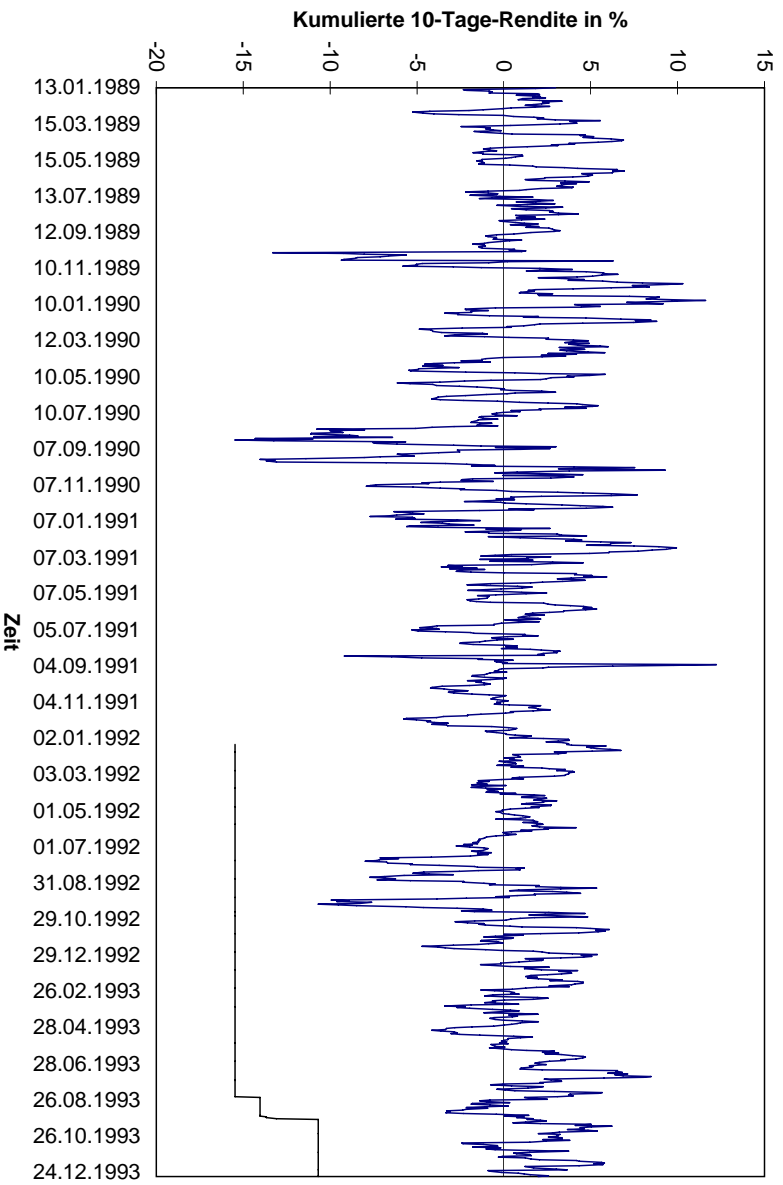


Abbildung 1: Methode des Größten Verlustes bei liquiden Aktien

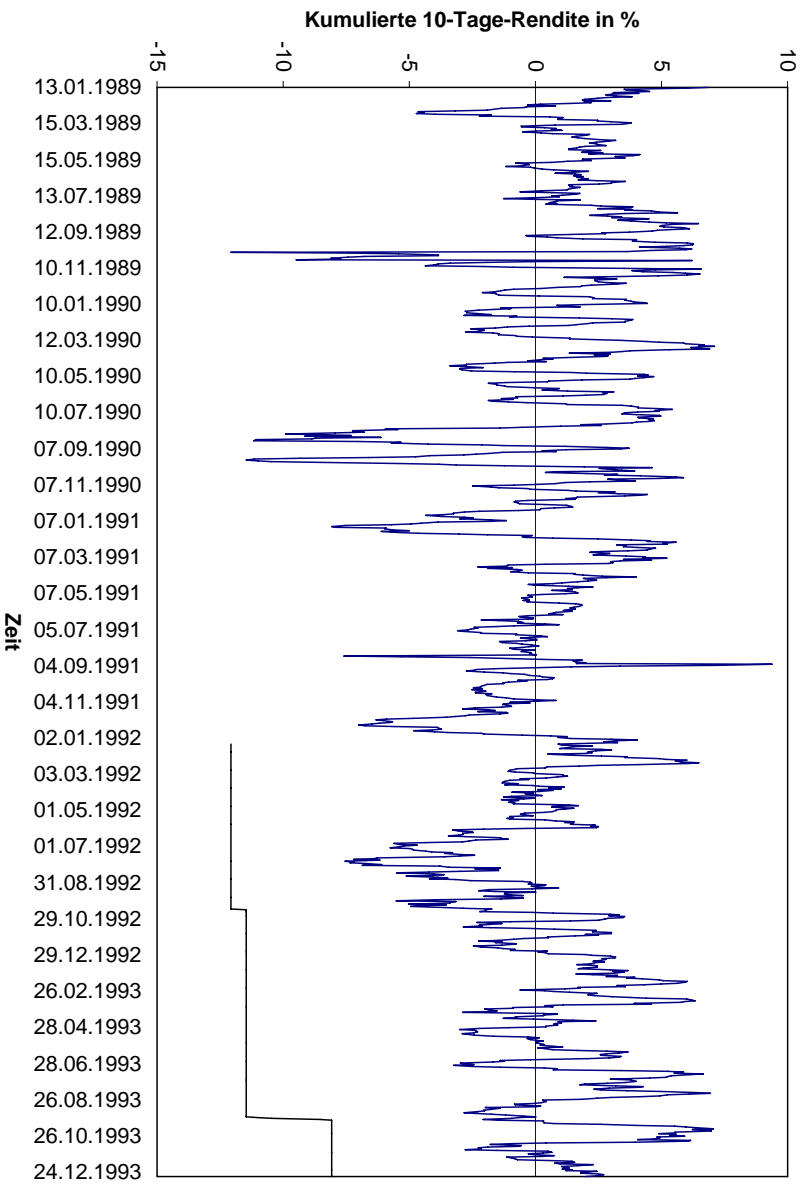


Abbildung 2: Methode des Größten Verlustes bei wenig liquiden Aktien

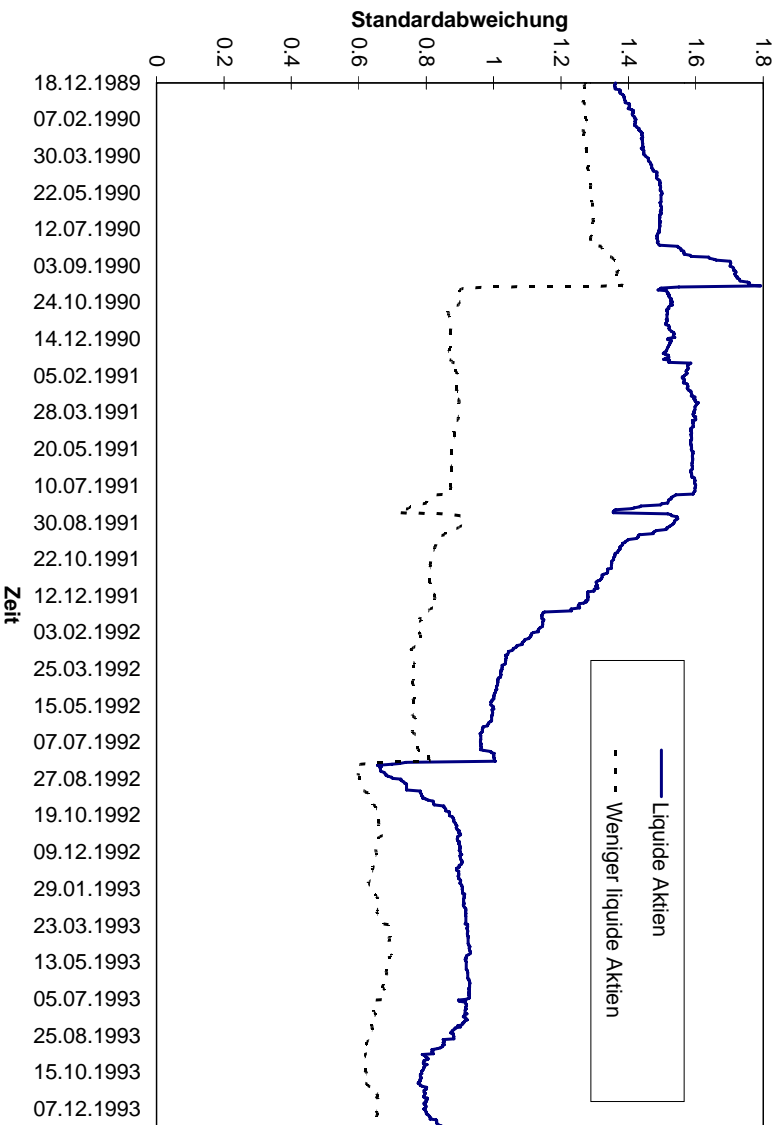


Abbildung 3: Empirische Standardabweichung der Portfoliorenditen

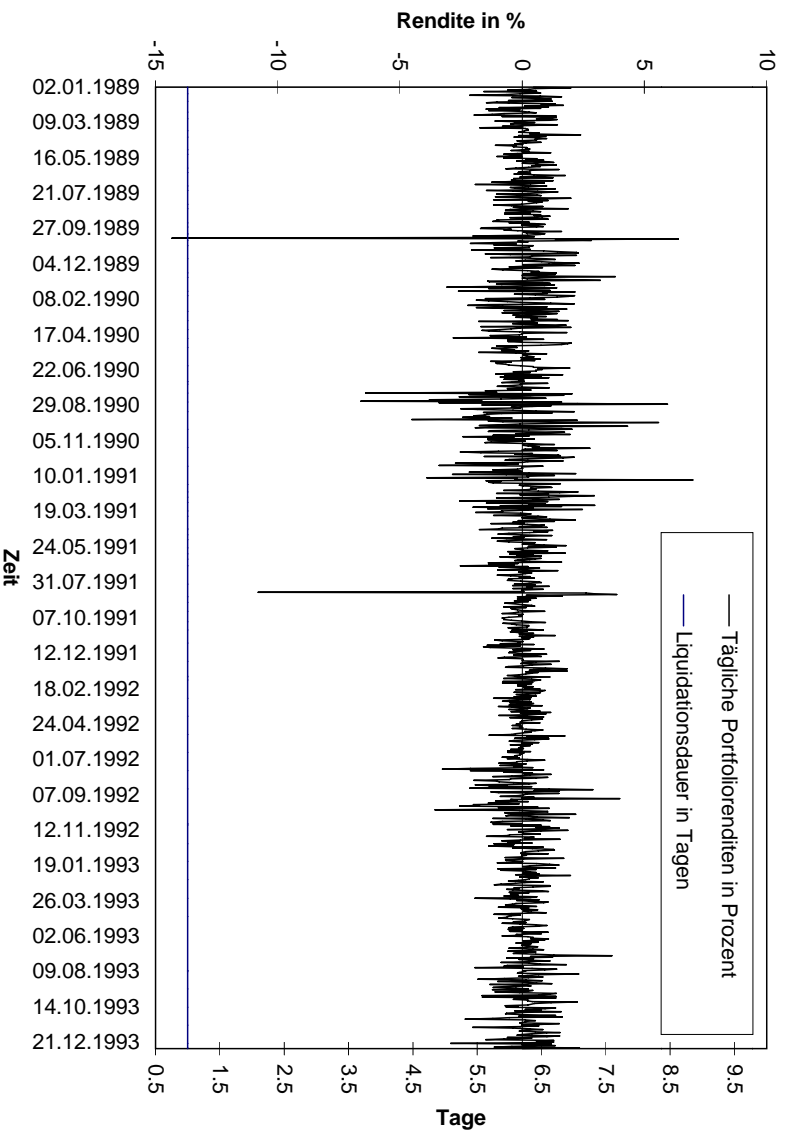


Abbildung 4: Rendite und Liquidationsdauer für die liquiden Aktien

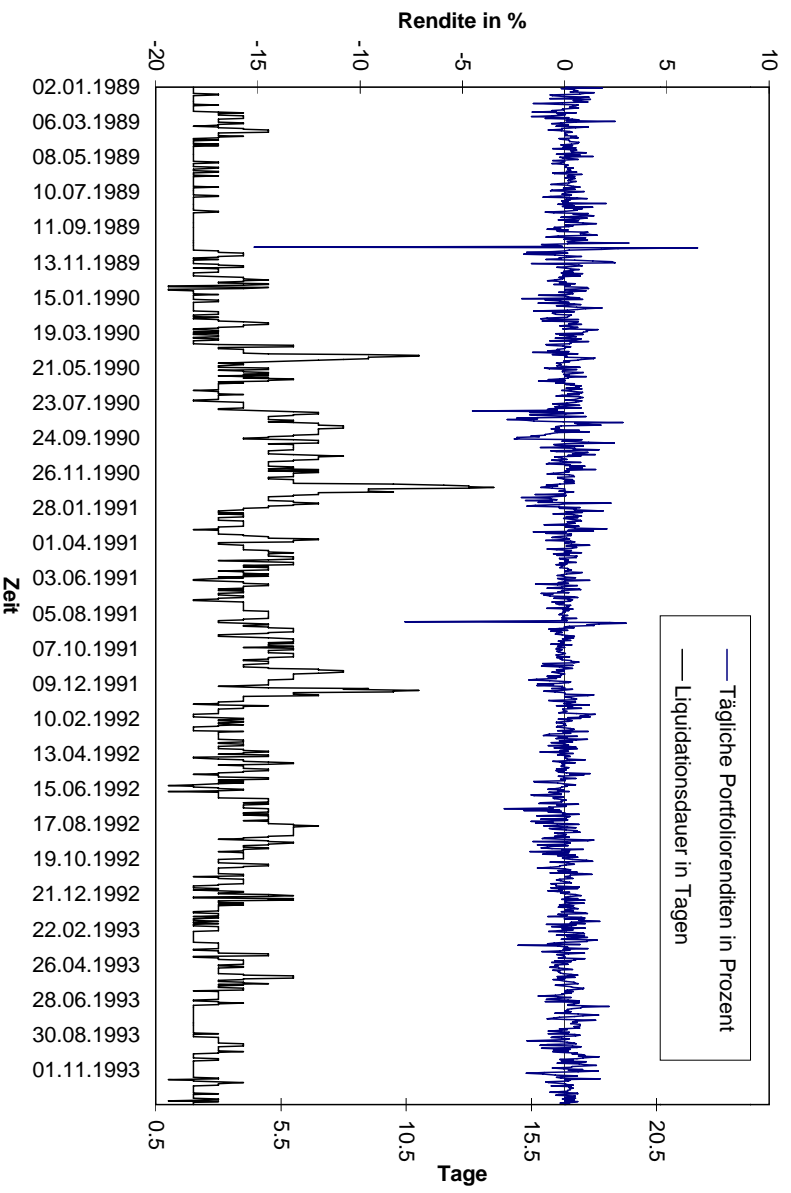


Abbildung 5: Rendite und Liquidationsdauer für die wenig liquiden Aktien

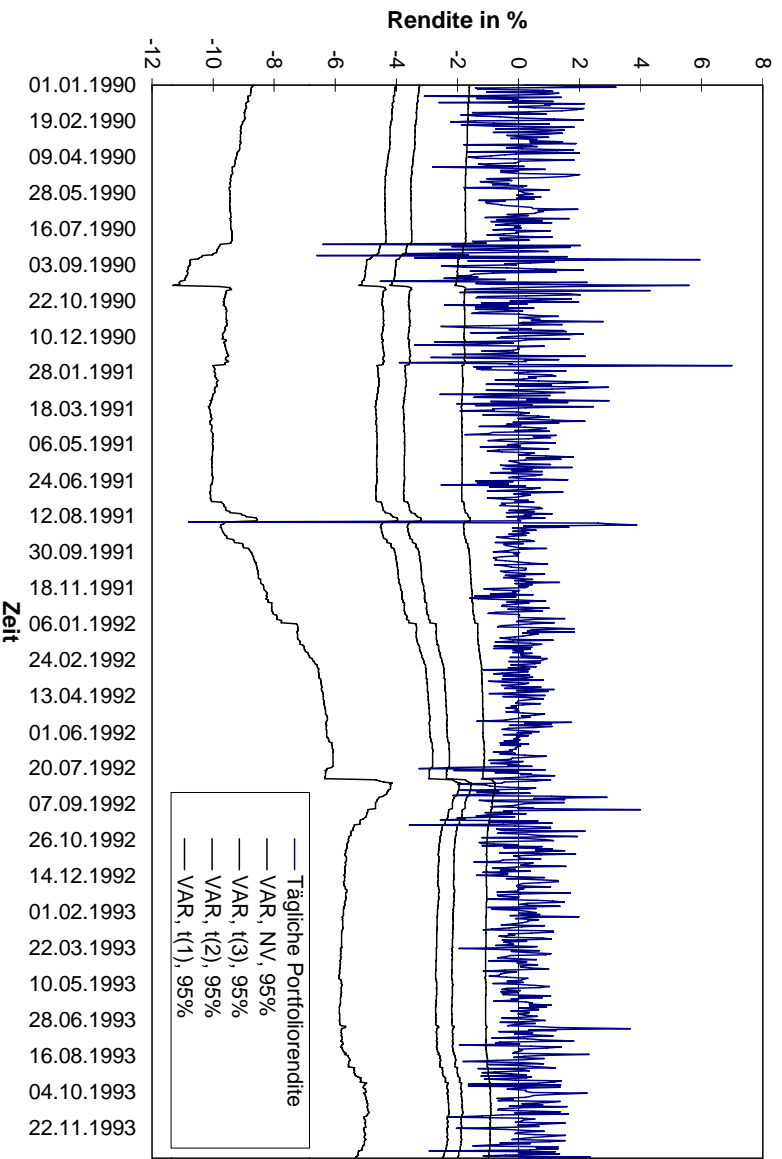


Abbildung 6: Benchmarkmethode bei liquiden Aktien unter Normal- und t -Verteilungsannahme

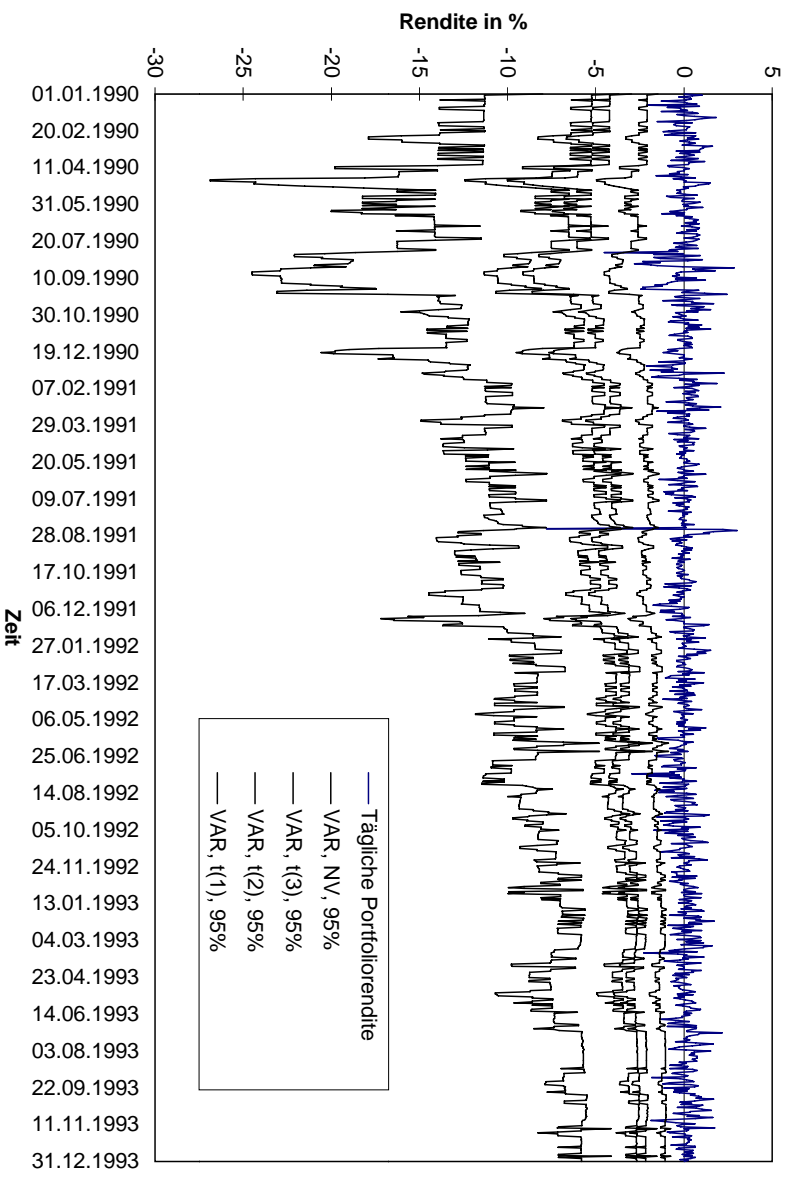


Abbildung 7: Benchmarkmethode bei wenig liquiden Aktien unter Normal- und t -Verteilungsannahme